Full Mark

الفرعين : الأدبي ، والفندقي السياحي

# الوحدة الثانية : التفاضل

## إعداد وتصميم الأستاذ : خالد الوحش

مدرسة حنين الثانوية للبنين


0798016746

https://www.youtube.com/user/moonkaled

https://khaledalwahsh.wordpress.com/

Facebook Page : @alwahsh.khaled

# معدل التغير

**قوانين الدرس**

١) مقدار التغير في س = $\Delta$ س = $س_{٢} - س_{١}$

٢) مقدار التغير في ق(س) = ق($س_{٢}$) – ق($س_{١}$ )

٣) معدل التغير في ق (س) = $\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س}$

$= \frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$

**إذا طلب مني مقدار التغير أو معدل التغير:**

**خطوات الحل :**

١) نجد $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ( إذا كانت أو $س_{٢}$ مجهولة

$س_{٢} = \Delta س + س_{١}$ )

٢) أكتب القانون

٣) عوض في القانون

سؤال ١: إذا كانت ق(س) = $س^{٢}$ + ٥ وتغيرت س من ٢ إلى ٥ فجد مقدار التغير في س؟

سؤال ٢: إذا كانت ق(س) = ٢س -٣ وتغيرت س من ١,٩إلى ٢,٩ فجد مقدار التغير في س؟

سؤال ٣: إذا كانت ق(س) = ٤س – ١ وتغيرت س من ٢ إلى ٥ فجد مقدار التغير في س؟

سؤال ٤: إذا كانت ق(س) = $س^{٢}$ + ٥ وتغيرت س من ٢ إلى ٤ فجد مقدار التغير في ق(س) ؟

سؤال ٥: إذا كانت ق(س) = ٦س – ٤ وتغيرت س من ٣ إلى ٥ فجد مقدار التغير في ق(س) ؟

سؤال ٦: إذا كانت ق(س) = ٢س + ١ وكانت $\Delta$ س = ٥ ، $س_{١}$ =٣ فجد مقدار التغير في ق(س) ؟

سؤال ٧: إذا كانت ق(س) = $\sqrt{س + ٧}$ وتغيرت س من ٢ إلى ٩ فجد معدل التغير في ق(س) ؟

سؤال ٨: إذا كانت ق(س) = $\frac{س + ٣}{٢}$ وتغيرت س من ٧ إلى ١٧ فجد معدل التغير في ق(س) ؟

سؤال ٩: إذا كانت ق(س) = س$^{٢}$ + ١ وكانت $\Delta$ س = ٥ ، س$_{١}$ =٢ فجد معدل التغير في ق(س)؟

سؤال ١٠: إذا كانت $\text{ن}(س) = \begin{cases} ٢س+١ ، & ١ \geq س < ٤ \\ س^{٢}-١ ، & ٤ \geq س \geq ١٠ \end{cases}$

فجد معدل التغير في ن(س) إذا تغيرت س من ٣ إلى ٥؟

سؤال ١١: إذا كانت $\text{ن}(س) = \begin{cases} س+٥ ، & س \leq ٥ \\ س^{٢} ، & س > ٥ \end{cases}$ فجد

معدل التغير في ن(س) إذا تغيرت س من ٣ إلى ٧؟

سؤال ١٢: إذا كانت $\text{ن}(س) = \begin{cases} ٣س-١ ، & ١ \geq س < ٥ \\ ٥س+٢ ، & ٥ \geq س \geq ١١ \end{cases}$

فجد معدل التغير في ن(س) إذا كانت $\Delta$س= ٨، س$_{١}$ =٢ ؟

**إيجاد المجاهيل في معدل التغير**

١) نجد س ١ ، س ٢

٢) نكتب القانون

٣) عوض في القانون

٤) نضرب ضرب تبادلي

٥) نجد المجهول

سؤال ١: سؤال الكتاب رقم ٤ ص ٧٧

إذا كان $\text{ن}(س) = \begin{cases} س^{٢} ، & ١ \geq س \geq ٣ \\ أس ، & ٣ < س \geq ٥ \end{cases}$

وكان معدل تغير الاقتران ق عندما تتغير س من ٢ إلى ٥ يساوي ٤ ، فجد قيمة الثابت أ.

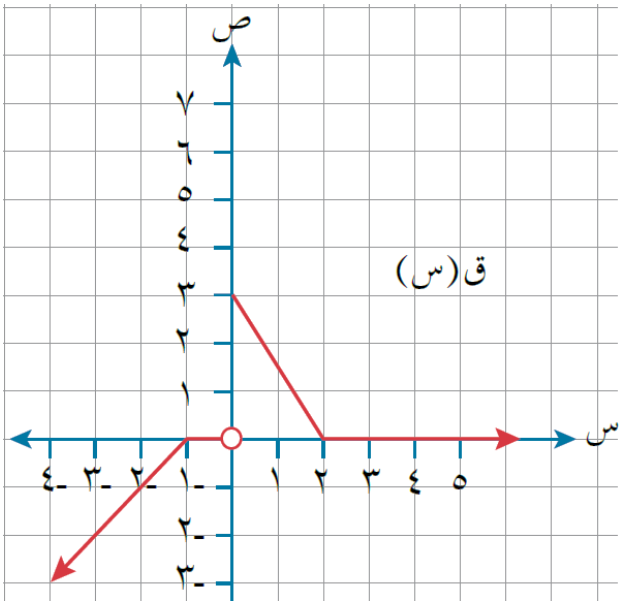
سؤال ١٤: سؤال الكتاب رقم ٢ ص ١١٢

إذا ق(س)= $\frac{أ}{س+٢}$ وكان معدل تغير الاقتران ق يساوي (-١) عندما تتغير س من صفر الى ٣. جد قيمة الثابت أ؟

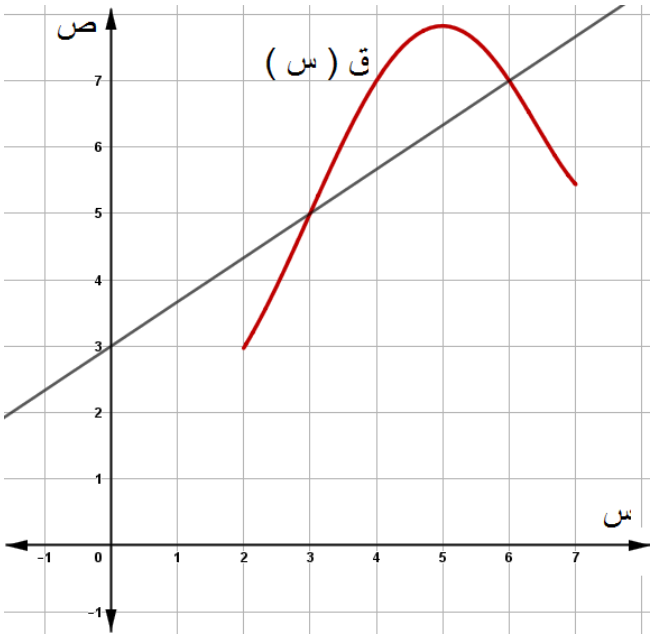
## إيجاد معدل التغير عن طريق الرسم:

سؤال ١: سؤال الكتاب رقم ٥ ) فرع ب ) ص ١١٢

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق، جد معدل التغير للاقتران في الفترة [٤،٢].




سؤال ٢: اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق، جد معدل التغير للاقتران في الفترة [٦،٣].




## قوانين مهمة:

حجم المكعب ق(س) = $س^{٣}$

مساحة المربع ق(س) = $س^{٢}$

محيط المربع ق(س) = ٤س

سؤال الكتاب رقم ٨ ص ٧٨

مكعب معدني تعرض للحرارة بحيث تغير طول ضلعه من (١) سم إلى (٣)سم. جد مقدار التغير في حجم هذا المكعب.

**فكرة أبو راسين**

**إذا كان السؤال فيه معدلين تغير**

| معدل تغير ق (س) | معدل تغير هـ(س) |
|---|---|
| ١)قانون | ١)قانون |
| ٢) عوض س١، س٢ | ٢) عوض س١، س٢ |
| | ٣) عوض في هـ (س) |
| | ٤) افصل ☐ + ☐ |
| | ٥) لا تنسى الضيوف |

سؤال١: إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة [٢، ٥] يساوي ٤ ، وكان هـ(س) = ق(س) + س$^{٢}$ فجد معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [٢، ٥] .

سؤال٢: إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة [١، ٣] يساوي ٥ ، وكان هـ(س) = ق(س) + ٢س فجد معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [١، ٣].

سؤال ٣: مثال الكتاب رقم ٨ ص ٧٥

إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة [-٣،١] يساوي ٢ ، وكان هـ(س) = ق(س) – س$^{٢}$ فجد معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [-٣،١].

**تدريب ٣**

سؤال ٤: تدريب الكتاب رقم ٣ ص ٧٦

إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة [-١ ، ٢] يساوي -٣ ، وكان هـ(س) = ق(س) + ٥س فجد معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [-١ ، ٢].

سؤال ٥: سؤال الكتاب رقم ٥ ص ٧٧

إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة [١، ٣] يساوي ٤ ، وكان هـ(س) = ق(س) - س فجد معدل تغير الاقتران هـ في الفترة [١، ٣].

## ميل القاطع

ميل القاطع = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

خطوات الحل :

١) سم النقطتين (س١ ، ص ١ ) ، (س٢ ، ص٢ )

٢) أكتب القانون

٣) عوض في القانون

سؤال ١: إذا كان ق (س) = ٢س+ ٥ وكان المنحنى يمر بالنقطتين ( ١، ٧ ) ، ( ٣ ، ١١ ) فجد ميل القاطع؟

سؤال٢: إذا كان ق (س) = س$^{٢}$+ ١ وكان المنحنى يمر بالنقطتين ( ٢، ق (٢)) ، ( ٥ ، ق (٥)) فجد ميل القاطع؟

سؤال٣: إذا كان ق (س) = $\sqrt{٧س + ٨}$ وكان المنحنى يمر بالنقطتين ( ١، ق (١)) ، ( ١٧ ، ق (١٧)) فجد ميل القاطع؟

## تدريب ٢

تدريب ٢ ص ٧٣ من الكتاب

إذا كان ق (س) = ٨س$^{٢}$ ، فجد ميل القاطع المار بالنقطتين ( ٠، ق (٠)) ، ( ٣ ، ق (٣)).

## إيجاد المجاهيل في ميل القاطع

سؤال١: إذا كان منحنى ق يمر بالنقطتين أ ( ٢ ، ٥ ) ، ب ( ٤ ، ل ) . وكان ميل القاطع $\overleftrightarrow{أ ب}$ يساوي٣ فجد ل.

سؤال٢: مثال ٦ من الكتاب ص ٧٣

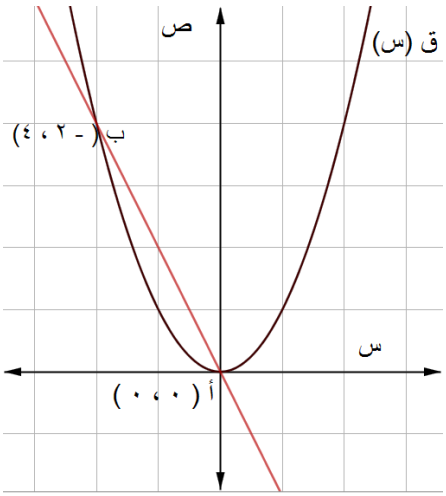
إذا كان منحنى ق يمر بالنقطتين أ ( ٣ ، ٧ ) ، ب ( -١ ، ل ) . وكان ميل القاطع $\overleftrightarrow{أ ب}$ يساوي-٣ فجد

## ميل القاطع عن طريق الرسم

سؤال ١: وزارة ١/ ٢٠١٨ سؤال ٣ أ ) ١) علامتان

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق، ما ميل القاطع المار بالنقطتين أ ، ب ؟

أ) -٢ ب ) ٤ جـ ) $\frac{-١}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$




سؤال ٢: سؤال ٩ من الكتاب ص ٧٨

إذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم في أثناء سقوطه رأسياً إلى أسفل تعطى بالعلاقة ف(ن) = ١٠ن - ٥ن٢ حيث ف المسافة المقطوعة بالامتار، ن الزمن بالثواني، فاحسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [١ ، ٣] ثانية.

## السرعة المتوسطة

السرعة المتوسطة $\bar{ع} = \frac{\Delta ف(ن)}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

خطوات الحل : ١) نجد ن١ ، ن٢

٢) نضع القانون

٣) عوض في القانون

سؤال ١: مثال ٧ من الكتاب ص ٧٤

يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ن$^{٢}$ + ٣، حيث ن الزمن بالثواني، ف(ن) المسافة بالأمتار. احسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [١ ، ٢] ثانية.

سؤال ٣:

يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ٢ن$^{٣}$ + ٥ ، حيث ن الزمن بالثواني، ف(ن) المسافة بالأمتار.

احسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [٠ ، ٢] ثانية.

# المشتقة الأولى

أهم رموز المشتقة الأولى:

$\text{قـ}'(س)$ ، $\frac{د ص}{د س}$ ، صَ

إذا طلب المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة الأولى يجب استخدام القانون:

$$\text{قـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{قـ}(ع) - \text{قـ}(س)}{ع - س}$$

خطوات الحل :

١) نكتب القانون

٢) افتح أحلى قوسين بالعالم (نفسها بس ع ) - (نفسها بس س )

٣) فوت السالب عالأقواس

٤) احذف الرقم الي لحالو (بدون س او ع )

٥) اخرج عامل مشترك ، إذا في رقم جنب ع

تحليل ( إذا كان في $ع^{٢}$ ، $ع^{٣}$ )

٦) اختصر ع – س

٧) عوّض بدل كل ع ( س )

مثال ١: إذا كان ق (س) = س + ٥ ، جد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة الأولى؟

$$\text{قـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{قـ}(ع) - \text{قـ}(س)}{ع - س}$$

$$\text{قـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{(ع + ٥) - (س + ٥)}{ع - س}$$

$$\text{قـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ع + ٥ - س - ٥}{ع - س}$$

$$\text{قـ}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)}{(ع - س)} = ١$$

$$\text{قـ}'(س) = ١$$

سؤال ١: إذا كان ق (س) = ٢س +٣ ، جد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٢: إذا كان ق (س) = ٥ – ٣س ، جد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٣: إذا كان ق (س) = ٣س – ٢ ، جد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٤: إذا كان ق (س) = ٦س – ١ ، جد قَ(٢) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٥: إذا كان ق (س) = ٥ ، جد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٦: مثال ٢ ص ٨١ من الكتاب

إذا كان ق (س) = ٦ – ٥س ، جد قَ(٢) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٧: تدريب ١ ص ٨٢ من الكتاب

إذا كان ق (س) = ٣ + ٤س ، جد قَ(٢) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٨: مثال ٣ ص ٨٢ من الكتاب

إذا كان ق (س) = $س^{٢}$ ، جد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٩: إذا كان ق (س) = $س^{٢}$ + ٥ ، جد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ١٠: إذا كان ق (س) = ٣س$^{٢}$ – ١ ، جد قَ(٢) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ١١: إذا كان ق (س) = ٢ – س$^{٢}$ ، جد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ١٢: تدريب ٢ ص ٨٢ من الكتاب

إذا كان ق (س) = ٤س$^{٢}$ – ٣ ، جد قَ(٣) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ١٣: تدريب ٣ ص ٨٣ من الكتاب

إذا كان ق (س) = س$^{٣}$ ، جد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ١٤: إذا كان ق (س) = س$^{٣}$ – ١ ، جد قَ(٢) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ١٥: إذا كان ق (س) = ٢س$^{٣}$ + ٥، جد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ١٦: مثال ٦ ص ٨٥ من الكتاب

إذا كان ق (س) = $\frac{٣}{س}$ ، س ≠ صفراً ، جد وَ(س) ، ثم جد وَ(٣) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ١٧: مثال ٦ ص ٨٥ من الكتاب

إذا كان ق (س) = $\frac{١}{س + ٢}$ ، س ≠ - ٢ ، جد وَ(٣) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

## فكرة فصل النهايات

## ( لما يكون في السؤال أكثر من س)

سؤال ١: إذا كان ق (س) = س$^{٢}$ + ٢س ، جد وَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

سؤال ٢: إذا كان ق (س) = س$^{٢}$ + ٥س + ٣، جد وَ(س) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ؟

## *فكرة زنخة *

شكل السؤال

| مقدار تغير والمطلوب |
| --- |
| وَ(س) |

سؤال ١: سؤال٢ ص ٨٦

إذا كان ص = ق(س) ، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما تتغير س من س١ إلى س١ + هـ هو

$\Delta$ص = ٤س هـ + ٢هـ $^{٢}$ ، فجد قيمة وَ(س)؟

سؤال ١: سؤال٤ ص ١١٢

إذا كان ص = ق(س) ، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما تتغير س من (س) إلى (س + هـ) هو

$\Delta$ص = ٥س$^{٢}$ هـ + ٨س هـ $^{٢}$ ، فجد قيمة وَ(٢)؟

# قواعد الاشتقاق

يكون دائماً المطلوب ﻫَ(س) أو $\frac{ص}{س}$ أو صَ

**القاعدة ١ :** ﻫ(س) = ثابت ( أي إشي بدون س )

ﻫَ(س) = صفر

مثال ١: إذا كان ﻫ(س) = ٥، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = صفر

مثال ٢: إذا كان ﻫ(س) = ١٥، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = صفر

مثال ٣: إذا كان ص = ١٦، فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : $\frac{ص}{س}$ = صفر

مثال ٤: إذا كان ص = ٢ك، فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : $\frac{ص}{س}$ = صفر

مثال ٥: إذا كان ص = ٥م$^{٢}$، فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل : $\frac{ص}{س}$ = صفر

**القاعدة ٢ :** ﻫ(س) = عدد × س

مثال ٦: إذا كان ﻫ(س) = ٥س، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = ٥

مثال ٧: إذا كان ﻫ(س) = ١٧س، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = ١٧

مثال ٨: إذا كان ﻫ(س) = س، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = ١

القوة الموجبة سطها ونقصها
القوة السالبة سطها وزودها
القوة الكسرية سطها وفجرها

**القاعدة ٣ :** ﻫ(س) = س$^{ن}$

ﻫَ(س) = ن س$^{ن-١}$

مثال ٩: إذا كان ﻫ(س) = س$^{٥}$ ، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = ٥س$^{٤}$

مثال ١٠: إذا كان ﻫ(س) = س$^{-٨}$ ، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = −٨س$^{-٩}$

مثال ١١: إذا كان ﻫ(س) = س$^{\frac{٥}{٢}}$ ، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = $\frac{٥}{٢}$س$^{\frac{٣}{٢}}$

مثال ١٢: إذا كان ﻫ(س) = س$^{-\frac{١}{٢}}$ ، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = − $\frac{١}{٢}$س$^{\frac{-٣}{٢}}$

**القاعدة ٤ :** ﻫ(س) = عدد × س$^{ن}$

ﻫَ(س) = عدد × ن س$^{ن-١}$

مثال ١٣: إذا كان ﻫ(س) = ٥س$^{٤}$، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = ٢٠س$^{٣}$

مثال ١٤: إذا كان ﻫ(س) = ٦س$^{٥}$، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = ٣٠س$^{٤}$

مثال ١٥: إذا كان ﻫ(س) = $\frac{١}{٢}$س$^{١٠}$، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = ٥س$^{٩}$

مثال ١٦: إذا كان ﻫ(س) = ٦س$^{-٣}$، فجد ﻫَ(س) ؟

الحل : ﻫَ(س) = −١٨س$^{-٤}$

مثال ١٧: إذا كان ق(س) = $\frac{٣}{٢}$ س$^{\frac{٢}{٣}}$ ، فجد قَ(س) ؟

الحل : قَ(س) = س$^{-\frac{١}{٣}}$

**القاعدة ٥ :** الاشتقاق يوزع على الجمع والطرح

مثال ١٨: إذا كان ق(س) = ٥س$^{٤}$ + س$^{٣}$ − ٢س + ٣
فجد قَ(س) ؟

الحل : قَ(س) = ٢٠س$^{٣}$ + ٣س$^{٢}$ − ٢ + ٠

مثال ١٩: إذا كان ق(س) = ٤س$^{٣}$ + ٢س$^{٤}$ − س$^{-٥}$ + ٤
فجد قَ(س) ؟

الحل : قَ(س) = ١٢٠س$^{٢}$ + ٨س$^{٣}$ + ٥س$^{-٢}$ + ٠

مثال ٢٠: إذا كان ق(س) = س$^{٢}$ + ٥س − ٢ ، فجد قَ(٢) ؟

الحل : اشتق ثم عوض

قَ(س) = ٢س + ٥ ⇐ قَ(٢) = ٢×٢ + ٥
⇐ قَ(٢) = ٤ + ٥
⇐ قَ(٢) = ٩

تمارين على قواعد الاشتقاق السابقة

**مثال (١)** ص ٨٨ من الكتاب

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي:

١) ق(س) = −٣

٢) ص = س$^{٣}$

٣) هـ(س) = ٢س$^{-٥}$

**تدريب ١** ص ٨٩ من الكتاب

جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات الآتية:

١) ق(س) = س$^{-\frac{٢}{٣}}$

٣) ص = $\frac{٥}{٣}$ س$^{-٦}$

٤) ص = س

**مثال (٢)** ص ٨٩ من الكتاب

جد المشتقة الأولى لكل من يأتي:

١) ق(س) = ٥س$^{٤}$ − ٢س$^{٣}$ − س + ٢

٢) ص = س$^{-٣}$ − ٢س

**مثال (٣)** ص ٩٠ من الكتاب

إذا كان ق(س) = ٥س$^{٣}$ − ٤س$^{٢}$ − ١
فجد قَ(−٢).

**القاعدة ٦ :** مشتقة الضرب

ق(س) = الاقتران الأول × الاقتران الثاني

قَ(س) = (الأول)( م الثاني )+ (الثاني) ( م الأول )

مثال ٢١: إذا كان

ق(س) = (٤س$^{٢}$ + ٥س − ٢)×(٦س$^{٣}$ + ٢س − ٣)
فجد قَ(س) ؟

مثال ٢٢: إذا كان

ق(س) = (٤س$^{٥}$ + ٢س − ١)×(٦س$^{٢}$ − ٣) فجد قَ(١) ؟

**القاعدة ٧ :** مشتقة القسمة

٣ أنواع

النوع الأول:

$$ق(س) = \frac{\text{اقتران البسط}}{\text{اقتران المقام}}$$

$$ق'(س) = \frac{(\text{المقام}) \times (\text{م البسط}) - (\text{البسط}) \times (\text{م المقام})}{(\text{المقام})^{٢}}$$

النوع الثاني:

$$ق(س) = \frac{\text{ثابت}}{\text{اقتران المقام}}$$

$$ق'(س) = \frac{-(\text{ثابت}) \times (\text{م المقام})}{(\text{المقام})^{٢}}$$

النوع الثالث:

$$ق(س) = \frac{\text{اقتران}}{\text{ثابت}}$$

$$ق'(س) = \frac{(\text{م الاقتران})}{\text{الثابت نفسه}}$$

مثال ٢٣: إذا كان $ق(س) = \frac{٤س^{٢} + ٥س - ١}{٨س^{٢} - ٣}$ ، فجد $ق'(س)$ ؟

مثال ٢٤: إذا كان $ص = \frac{٦س - ٣}{س^{٢} + ١}$ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

مثال ٢٥: إذا كان $ص = \frac{٢س + ١}{س^{٢} + ٢}$ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س= ١ ؟

مثال ٢٦: إذا كان $ق(س) = \frac{٤س + ١}{س^{٢} - ١}$ ، فجد $ق'(٢)$ ؟

مثال ٢٧: إذا كان $ق(س) = \frac{٥}{٣س + ٢}$ ، فجد $ق'(س)$ ؟

مثال ٢٨: إذا كان $ق(س) = \frac{١}{س}$ ، فجد $ق'(س)$ ؟

مثال ٢٩: إذا كان $ق(س) = \frac{-٢}{س^{٢} + ٥س - ١}$ ، فجد $ق'(س)$ ؟

مثال ٣٠: إذا كان $ق(س) = \frac{-٥}{س^{٢} + ٣س}$ ، فجد $ق'(١)$ ؟

مثال ٣١: إذا كان $ص = \frac{١}{س^{٢}}$ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

مثال ٣٢: إذا كان $ص = \frac{٢س^{٥} + ٢س - ١}{٥}$ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

مثال ٣٣: إذا كان $ص = \frac{٦س^{٣} - ٣س}{٤}$ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

**تمارين على مشتقة الضرب والقسمة من الكتاب المدرسي**

**مثال (٤)** ص ٩١ من الكتاب

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي:

١) ص = (٢س − ٣) (س$^{٣}$ + ٥) عندما س = صفرًا.

تدريب ٣ ص ٩١ من الكتاب

**تدريب ٣**

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي:

١) ص = (٣س$^{٢}$ + ٧) × (س$^{-٥}$ + ٣)

٢) ق(س) = (٥ − ٣س) (٤س$^{٣}$ + ١) عندما س = ١

٣) ص = (٣س$^{٢}$ − ٤) (س$^{٢}$ − ١)

**مثال (٥)** ص ٩٢ من الكتاب

إذا كانت ص = $\frac{س^{٣}-١}{٢س+٦}$ ، فجد $\frac{ص}{س}$

نشاط ص ٩٣ من الكتاب

**نشاط**

أكمل الفراغ في الجدول الآتي باستخدام قاعدة قسمة اقترانين:

| الاقتران | مشتقة الاقتران |
|---|---|
| ق(س) = $\frac{٣}{س}$ | _____ |
| ق(س) = $\frac{-٢}{٢س+١}$ | _____ |
| ق(س) = $\frac{١}{١-٥س}$ | _____ |

**مثال (٦)** ص ٩٣ من الكتاب

جد $\frac{ص}{س}$ في كل مما يأتي:

١) ص = $\frac{-٥}{٢س+٣}$

٢) ص = $\frac{٣س^{٢}+٧}{٢}$

**تدريب ٤**

ص ٩٤ من الكتاب

جد $\frac{ص}{س}$ في كل مما يأتي:

١) ص = $\frac{٢س+٥}{٣-س}$ ٢) ص = $\frac{٨-س^{٣}}{٢-س}$

٣) ص = $\frac{١-٣س}{٢}$ ٤) ص = $\frac{١١}{٦+س^{٣}}$

**ملاحظة** : إذا كان ق(س) = س$^{ن}$ × ( اقتران )

جهز ثم اشتق

مثال ٣٤: إذا كان ق(س) = ٥س$^{٢}$ (٢س + ٣) فجد ق`(س) ؟

مثال ٣٥: إذا كان ق(س) = س$^{٢}$ (٢س − ٣) فجد ق`(س) ؟

مثال ٣٦: إذا كان ص = س$^{-٣}$ (س$^{٣}$ − ٥) فجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

مثال ٣٧: سؤال ٢ فرع و ص ٩٥ من الكتاب

إذا كان ق(س) = ٢س × (٣ − س$^{٢}$) + $\frac{٢}{س}$ ، فجد ق`(س) عندما س = ١؟

**القاعدة ٨ :** مشتقة القوس ( أوريو ) ← سحلها / نقصها / اشتقها

ق(س) = ( اقتران )$^{ن}$

ق`(س) = ن × ( الاقتران نفسه )$^{ن - ١}$ × ( م الاقتران )

مثال ٣٨: إذا كان ق(س) = (٢س$^{٤}$ + ٥س − ١)$^{٣}$ فجد ق`(س) ؟

مثال ٣٩: إذا كان ق(س) = ٥(٢س + ٣)$^{٤}$ فجد ق`(س) ؟

مثال ٤٠: إذا كان ق(س) = (س$^{٣}$ − ٢)$^{٥}$ + ٣س$^{٢}$ − ٣ فجد ق`(س) ؟

مثال ٤١: إذا كان ق(س) = (س$^{٤}$ + ٢س)$^{٣}$ + $\frac{٥}{س}$ فجد ق`(س) ؟

مثال ٤٢: سؤال ٢ ص ١٠١ من الكتاب

جد المشتقة الأولى :

١) ق(س) = (٣ + س$^{٢}$)$^{-٣}$

٢) ك(س) = (٤س + ١)$^{٣}$

٣) $ن(س) = س^{-٤}(٥ - ٥س^{٣})^{٢}$

٤) $ص = (س + ٧س^{-٢}) \times (٩ - ٥س)^{٤}$

سؤال ٣ ص ١٠١ من الكتاب جد $ص'$ عند قيمة س المبينة إزاء كل منها :

١) $ص = -٥(١ - ٣س^{٣})^{-٢}$ ، عند س = ١

ص ١٠٠ من الكتاب

**تدريب ٤**

حُلَّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = $(٣س^{٢} + ٥)^{-٥}$ ، فجد ق'(س) .

**مثال (٣)** ص ٩٨ من الكتاب

إذا كان ص = $(٥ - س^{٢})^{٣}$، فجد $\frac{ء ص}{ء س}$ .

**القاعدة ٩ :** مشتقة الجذور

١) الجذر التربيعي:

$ن(س) = \sqrt{\text{اقتران}}$

$ن'(س) = \frac{\text{م . الاقتران}}{٢ \times \sqrt{\text{اقتران}}}$

$ن'(س) = \frac{\text{مشتقة ما داخل الجذر}}{٢ \times \text{الجذر نفسه}}$

مثال ٤٣: إذا كان $ن(س) = \sqrt{٥س + ٣}$ فجد ن'(س)

مثال ٤٤: إذا كان $ن(س) = \sqrt{س^{٢} + ٣س - ١}$ فجد ن'(س).

مثال ٤٥: إذا كان $ن(س) = \sqrt{س^{٢} + ٥}$ فجد ن'(٢).

مثال ٤٦: إذا كان $ن(س) = \sqrt{س}$ فجد ن'(س).

مثال ٤٧: إذا كان $ن(س) = \sqrt{٦س^{٢} - ١} + \frac{٣}{س} - س^{٥}$

فجد ن'(س).

مثال ٤٨: إذا كان $ص = \frac{١}{\sqrt{س}}$ فجد $\frac{ء ص}{ء س}$ .

**القاعدة ٩ :** مشتقة الجذور

٢) الجذر الغير تربيعي: $\sqrt[3]{\quad}$ $\sqrt[4]{\quad}$ $\sqrt[5]{\quad}$ ...

جهز ثم اشتق

ق(س) = $\sqrt[\text{قوة}]{\text{اقتران}}$

مثال ٤٩: إذا كان ن(س) = $\sqrt[3]{\text{س}}$ ، فجد نَ(س) .

مثال ٥٠: إذا كان ن(س) = $\sqrt[5]{\text{س}}$ ، فجد نَ(س) .

مثال ٥١: إذا كان ن(س) = $\sqrt[3]{\text{س}^{5}}$ ، فجد نَ(س) .

مثال ٥٢: إذا كان ن(س) = $\sqrt[3]{٤\text{س}^{٢}+١}$ ، فجد نَ(س) .

مثال ٥٣: إذا كان ص = س$^{٣}$ + $\sqrt[3]{\text{س}}$ ، فجد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عند س = ١ .

مثال ٥٤: إذا كان ص = ٢س$^{٠.٥}$ + $\sqrt[3]{\text{س}^{٥}}$ + س فجد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$

تدريب ٣ ص ١٠٠ من الكتاب

**تدريب ٣**

١) إذا كان ص = $\sqrt{\text{س}^{٢}-\text{س}+٣}$ ، فجد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ .

٢) إذا كان ص = $\sqrt[3]{٢-\text{س}}$ ، فجد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ .

**أسئلة الكتاب على مشتقة الجذور**

سؤال ٢ ص ١٠١ جد المشتقة الأولى:

١) ن(س) = $\sqrt{٢\text{س}^{٢}+١}$

سؤال ٣ ص ١٠١

جد صَ عند س = ٠

ص = $\sqrt{٥+٣\text{س}^{٢}}$

**ملاحظة : قوس عليه فتحة**

سؤال ٤ ص ٩٥ من الكتاب

٤) إذا كان ق(١) = ٤، قَ(١) = −٢،

هـ(١) = −٢، هَ(١) = ١ فجد:

أ) (ق × هـ)َ(١)

ب) ((ق × هـ)(١))َ

جـ) (ق/هـ)َ(١)

د) (٣/هـ)َ(١)

هـ) (ق + هـ)َ(١)

و) (٣ق − ٢هـ)َ(١)

سؤال ١٣ ص ١١٤ من الكتاب

١٣) إذا كان هـ اقترانًا قابلًا للاشتقاق عندما س = −٢

هـ(−٢) = ١ ، هَ(−٢) = ٢، فجد قَ(−٢)

في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = $\sqrt{س + ٦}$ × هـ(س).

ب) ق(س) = هـ(س) − هـ(س)/س .

سؤال ١٤ ص ١١٤ من الكتاب

(٤) إذا كان ق(س) = ٣/س

فإن قَ(٣) تساوي:

أ) −١ ب) −١/٣

جـ) −١/٩ د) ١

سؤال ١٤ ص ١١٤ من الكتاب

(٦) إذا كان ق (س) = جـ٢س، وكان

جـ عددًا ثابتًا، فإن قَ(س) تساوي:

أ) ٢جـ س ب) ٢جـ

جـ) جـ٢ د) ٢س

سؤال ١٤ ص ١١٤ من الكتاب

(٨) إذا كان ق(١) = ٢، هـ(١) = ٣،

قَ(١) = −٢، هَ(١) = ١،

فإن (ق × هـ)َ(١) يساوي:

أ) ٨ ب) ٤

جـ) −٨ د) −٤

سؤال ١٤ ص ١١٤ من الكتاب

(٩) إذا كان هـ (س) = س$^{٢}$ × ق(س)، ق(٣) = ٦

قَ(٣) = ٥، فإن هَـ (٣) تساوي:

أ) ٨١ ب) ١١

جـ) ٤٥ د) ٣٦

**القاعدة ١٠ : مشتقة الإقترانات الدائرية**

**١) مشتقة جا ← جتا**

ق(س)= **جا** ( الزاوية )

قَ(س)= (مشتقة الزاوية ) × **جتا** ( نفس الزاوية )

مثال ١ : إذا كان ق(س) = جا ( س$^{٥}$ + ٢س ) فجد قَ(س)؟

الحل : قَ(س)= (٥س$^{٤}$ + ٢) × جتا ( س$^{٥}$ + ٢س )

مثال ٢ : إذا كان ق(س) = جا ( ٤س – ١ ) فجد قَ(س)؟

الحل : قَ(س)= (٤) × جتا ( ٤س – ١ )

مثال ٣ : إذا كان ق(س) = جا (٢س$^{٥}$ – ١ ) فجد قَ(س)؟

الحل : قَ(س)= (١٠ س$^{٤}$) × جتا (٢س$^{٥}$ – ١)

مثال ٤ : إذا كان ق(س) = جا (٦س –٢ ) فجد قَ(س)؟

الحل : قَ(س)= (٦) × جتا (٦س –٢)

مثال ٥ : إذا كان ق(س) = جا (٥س$^{٣}$ +١ ) فجد قَ(س)؟

مثال ٦ : إذا كان ق(س) =س$^{٣}$ + جا (٢س$^{٢}$–١ ) فجد قَ(س)؟

مثال ٧ : إذا كان ق(س) =٢ جا (س$^{٢}$+١ ) فجد قَ(س)؟

مثال ٨ : إذا كان ق(س) =س$^{٢}$ جا (س$^{٣}$ +٢ ) فجد قَ(س)؟

مثال ٩ : إذا كان ص =س$^{٢}$ جا (٣ – س$^{٢}$ ) فجد $\frac{ء ص}{ء س}$ ؟

مثال ١٠ : إذا كان ص = جا (٣س + ٥) فجد $\frac{ء ص}{ء س}$ ؟

**٢) مشتقة جتا ← – جا**

ق(س)= **جتا** ( الزاوية )

قَ(س)= (مشتقة الزاوية ) × **–** **جا** ( نفس الزاوية )

مثال ١١: إذا كان ق(س)= جتا ( ٥س$^{٢}$ – ١ ) ، فجد قَ(س)؟

الحل: قَ(س) = (١٠س) × – جا (٥س$^{٢}$ – ١)

مثال ١٢: إذا كان ق(س)= جتا ( ٣س$^{٥}$ – ١ ) ، فجد قَ(س)؟

الحل: قَ(س) = (١٥س$^{٤}$) × – جا (٣س$^{٥}$ – ١)

مثال ١٣: إذا كان ق(س)= ٣جتا ( س$^{٢}$ – ١ ) ، فجد ق`(س)؟

مثال ١٤: إذا كان ق(س)= س$^{٢}$ جتا ( س$^{٥}$ +٢ ) ، فجد ق`(س)؟

مثال ١٥: إذا كان

ق(س)= جتا (٣س – ١) +جا (٥س – ٢ ) ، فجد ق`(س)؟

مثال ١٦: إذا كان

ق(س)= $\sqrt{٥س^{٢}-١}$ +جتا ( ٣س$^{٢}$ – ١ ) ، فجد ق`(س)؟

**٣) مشتقة ظا ← قا$^{٢}$**

ق(س)= **ظا** ( الزاوية )

ق`(س)= (مشتقة الزاوية ) × **قا$^{٢}$** ( نفس الزاوية )

مثال ١٧: إذا كان ق(س)=ظا ( س$^{٥}$+٤س ) ، فجد ق`(س)؟

الحل: ق`(س)= (٥س$^{٤}$+٤) × قا$^{٢}$ (س$^{٥}$+٤س)

مثال ١٨: إذا كان ق(س)= ظا ( س$^{٢}$+٥ ) ، فجد ق`(س)؟

مثال ١٩: إذا كان ق(س)= ظا ( س$^{٢}$+٥س +١) ، فجد ق`(س)؟

مثال ٢٠: إذا كان ق(س)= س$^{٣}$ ظا ( س$^{٢}$+ ٢) ، فجد ق`(س)؟

مثال ٢١: إذا كان ق(س)= ٥ ظا ( س$^{٢}$– ١) ، فجد ق`(س)؟

مثال ٢٢: إذا كان

ق(س)= ظا ( س$^{٢}$+ ٢) + جا ( س$^{٥}$ +٣ ) ، فجد ق`(س)؟

**ملاحظة : مشتقة الوجبة السريعة**

ق(س)= جاس ← ق`(س)= جتاس

ق(س)= جتاس ← ق`(س)= –جاس

ق(س)= ظاس ← ق`(س)= قا$^{٢}$س

مثال ٢٣: إذا كان ق(س)= جاس + ظاس – جتاس فجد ق`(س)؟

مثال ٢٤: إذا كان ق(س)= ٥جاس + ٣ظاس فجد ق`(س)؟

مثال ٢٥: إذا كان ق(س)= س$^{٢}$ جاس فجد ق`(س)؟

مثال ٢٦: إذا كان $ن(س) = \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس} + ١}$، جد $ن'(س)$؟

مثال ٢٧: إذا كان $ص = ٥س^{٢}$ جتاس $-$ ظاس، جد $\frac{د ص}{د س}$؟

مثال ٢٨: إذا كان $ص = س$ ظاس $+ (س^{٢} + ١)^{٢}$، جد $\frac{د ص}{د س}$؟

مثال ٢٩: إذا كان $ص = (\text{جاس} - \text{جتاس})^{-٢}$، جد $\frac{د ص}{د س}$؟

مثال ٣٠: إذا كان $ص = (س \text{ جاس})^{٣} \times$ ظاس، جد $\frac{د ص}{د س}$؟

مثال ٣١: إذا كان $ص = ٢$ظاس $-$ جتاس، جد $\frac{د ص}{د س}$؟

## تدريب ١

ص ١٠٣ من الكتاب

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي:

١) $ص = \frac{٢}{\text{جتاس}} +$ ظاس $+ ٢س$.

٢) $ص =$ جتاس ظاس.

٣) $ص =$ جاس جتاس.

٤) $ص = س^{٢}$ ظاس.

ص ١٠٣ من الكتاب

## مثال (٢)

جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي:

١) $ص = ٢س + \frac{\text{ظاس}}{٢} - ٤$ جاس.

٢) $ص = ٣$جاس $+ ٥$ جتاس $-$ ٢ظاس.

### الحل

١) $\frac{د ص}{د س} = ٢ + \frac{١}{٢}$ قا$^{٢}$س $- ٤$ جتاس.

٢) $\frac{د ص}{د س} = ٣$جتاس $+ ٥(-$ جاس$) - ٢$قا$^{٢}$س.

$= ٣$جتاس $- ٥$ جاس $- ٢$قا$^{٢}$س.

مثال ٣٢: إذا كان $ص = \sqrt{٤ + ٣\text{جتاس}}$ فجد $\frac{د ص}{د س}$؟

مثال ٣٣: إذا كان $ص = س^{٢}$ جتاس $+ س^{-٣} - ٥$ فجد $\frac{د ص}{د س}$؟

**القاعدة ١١ : قاعدة أليسا**

ق(س) = جا$^{\text{قوة}}$ زاوية

ق(س) = جتا$^{\text{قوة}}$ زاوية

ق(س) = ظا$^{\text{قوة}}$ زاوية

جهز ← اشتق على قاعدة القوس

مثال ٣٤: إذا كان $ن(س) = \text{جا}^{٣}(٥س)$ فجد $ن'(س)$؟

مثال ٣٥: إذا كان ق(س) = جا°(٦س ٢ − ٢) فجد ق`(س)؟

مثال ٣٥: إذا كان ق(س) = جا°(٦س ٢ − ٢) فجد ق`(س)؟

مثال ٣٦: إذا كان ق(س) = جتا٣(٥س − ٣) فجد ق`(س)؟

مثال ٣٧: إذا كان ق(س) = ظا٤(٥س − ٢) فجد ق`(س)؟

مثال ٣٨: إذا كان ق(س) = جا٤٢س فجد ق`(س)؟

ص ١٠٥ من الكتاب

**تدريب ٢**

جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يأتي:

١) ص = ظا٣س.

٢) ص = ٢جتا٤س + جا٢س − ظا(٥س + ١).

مثال ٣٩: إذا كان ص = ظا٣٢س + جتاس فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

مثال ٤٠: قوي

إذا كان ص = $\frac{٨}{٣-٢س}$ + جا°٢س فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

**القاعدة هـ الهبلة ( مشتقة على شكل نهاية ) (ضع دائرة)**

إذا طلب السؤال جد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

الحل : ١) اشتق ق(س)

٢) عوض قيمة س

مثال ١: إذا كان ق(س) = ٥س ٢ + ٢ فجد

$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

الحل: ق`(س) = ١٠س ⇐ ق`(٢) = ١٠×٢ = ٢٠

مثال ٢: إذا كان ق(س) = س ٦ − ١ فجد

$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$

الحل: ق`(س) = ٦س ° ⇐ ق`(١) = ٦×(١) ° = ٦

مثال ٣: إذا كان ن(س) = $\sqrt{س}$ فجد

$$\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ن(١+هـ) - ن(١)}{هـ}$$

مثال ٤: سؤال ٩ ص ١١٣

٩) إذا كان ق(س) = (٥س − ١)$^{٣}$،

فجد نهـا$_{هـ \to 0}$ $\frac{ق(هـ+١) - ق(١)}{هـ}$ .

مثال ٥ : س ١٤ ص ١١٥ فرع ٥

(٥) إذا كان ق (س) = س$^{٣}$ + ٨،

فإن نهـا$_{هـ \to 0}$ $\frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$ تساوي:

أ) ١٢ ب) ٨

جـ) ١٦ د) ٢٠

مثال ٦ : س ١٤ ص ١١٥ فرع ٣

(٣) إذا كان ق(س) = جا٣س،

فإن نهـا$_{هـ \to 0}$ $\frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$ تساوي:

أ) − جتا٣س ب) ٣جتا٣س

جـ) ٣جا٣س د) جتا٣س

مثال ٧: إذا كان ن(س) = ٢ك س فإن

$$\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ن(٣+هـ) - ن(٣)}{هـ} =$$

أ) ٢ك س$^{٢}$ ب) ٢ ج) ٦ د) ٢ك

مثال ٨: إذا كان ن(س) = جـ$^{٣}$ فإن

$$\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ن(-١+هـ) - ن(-١)}{هـ} =$$

أ) -٣ ب) -٣جـ$^{٢}$ ج) جـ$^{٣}$ د) صفر

مثال ٩: إذا كان ن(س) = $\frac{١}{٢ك}$ فجد

$$\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ن(١+هـ) - ن(١)}{هـ} =$$

أ) -٣ ب) -٣جـ$^{٢}$ ج) جـ$^{٣}$ د) صفر

مثال ١٠: قيمة ن$'$(٢) هي :

أ) $\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ن'(س+هـ) - ن'(س)}{هـ}$

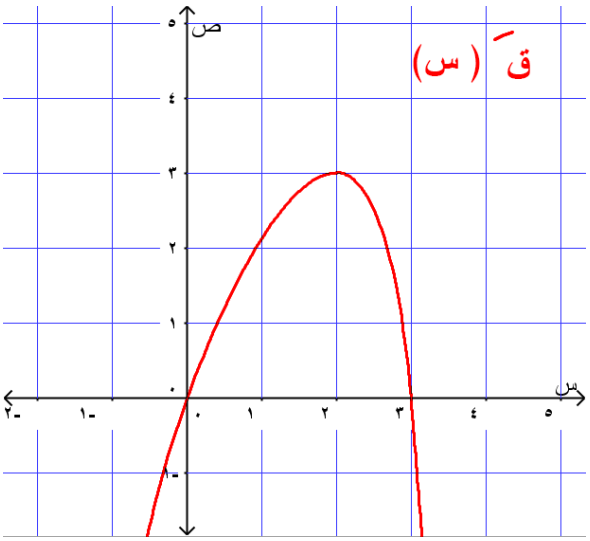
ب) $\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ن'(س+هـ) - ن'(س)}{هـ}$

ج) $\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ن(س+هـ) - ن(س)}{هـ}$

د) $\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ن(٢+هـ) - ن(٢)}{هـ}$

## إيجاد المشتقة من الرسم

بالاعتماد على رسم المشتقة الأولى جد ما يلي:




١) $ق\acute{}(٢)$

٢) $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

٣) ميل المماس عند س = ٢

## إيجاد المجاهيل في المشتقة الأولى

الحل:

اشتق ← عوض ← ساوي

مثال١: إذا كان $ق(س) = أ س^{٢} + ٢س - ٣$ ، فجد قيمة الثابت أ ، إذا كانت $ق\acute{}(٢) = ١٠$.

مثال ٢ : إذا كان $ق(س) = أ س^{٢} + ٣س - ٥$ ، فجد قيمة الثابت أ ، إذا كانت $ق\acute{}(١) = ٥$.

## قاعدة السلسلة

ص ← ع ← س

شكل السؤال :

- معادلتين
- ٣حروف
- المطلوب $\frac{ء ص}{ء س}$

الحل : ١) اكتب قانون السلسلة $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{ء ص}{ء ع} \times \frac{ء ع}{ء س}$

٢) $\frac{ء ص}{ء س}$ = (م المعادلة ١) × (م المعادلة ٢)

٣) شيل ع وحط قوسين

٤) عوض في ع

٥) عوض قيمة س (إن وجدت )

مثال ١: إذا كان ص = $٢ع^{٢} + ٤ع - ١$ ،

ع = $٦س^{٣} - ١$ ، فجد $\frac{ء ص}{ء س}$

مثال ٢: إذا كان ص = $٦ع^{٣} + ٥ع - ٢$ ،

ع = $٥س^{٢} + ١$ ، فجد $\frac{ء ص}{ء س}$

مثال ٣: إذا كان ص = $ع^{٤} + ٨ع - ١$ ،

ع = $٨س - ١$ ، فجد $\frac{ء ص}{ء س}$

مثال ٤: إذا كان ص = ٢ع$^{٢}$ + ٣ ، ع = س$^{٣}$ – ١ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$.

ص ٩٧ من الكتاب

**مثال (٢)**

١) إذا كان ص = م$^{٣}$ + ٣م$^{٢}$ – ٥ ، م = ٣س + ٧ ،

فجد $\frac{د ص}{د س}$.

٢) إذا كان ص = ع$^{٣}$ + ١ ، ع = ٥س – ٢ ،

فجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١.

ص ٩٨ من الكتاب

**تدريب ١**

إذا كان ص = ع$^{٢}$ + ٣ع ، ع = ٣ – ٢س$^{٢}$ ، فجد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١}$.

سؤال ١ من الكتاب ص ١٠١

١) جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي:

أ) ص = $\sqrt{ع + ١}$ ، ع = ٤س$^{٣}$ – ٩

ب) ص = ل$^{٣}$ ، ل = ٨س عندما س = $\frac{١}{٤}$

مثال ٥: ص = م$^{٢}$ + ٣ م – ٢ ، م = ٤ س$^{٢}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٢ .

مثال ٦: إذا كان ص = جا ٢ع ، ع = س$^{٢}$ جد $\frac{ص}{س}$

مثال ٧: ص = $\sqrt{ع+١}$ ، ع = ١ – ٢س، جد $\frac{ص}{س}$

مثال ٨: $ص = ٣م^{٢} - ٢م + ١$ ، $م = ٢س + ٣$، جد $\frac{ص}{س}$ عند س = ٠

**بعض الأسئلة على النمط الوزاري**

**١) جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي:**

١- $ص = \frac{ظاس}{س}$ ، $س \neq ٠$ ( ٣ علامات )

٢- $ص = ع^{٢} + ١$ ، $ع = \frac{١}{س}$ ، $س \neq ٠$
(٤علامات)

**٢) جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها:**

١- $ص = \frac{٣س - ١}{س^{٢}} + ٠,١ س^{-٣}$ ، $س = ١$
(٥علامات)

٢- $ص = ١ + ع^{٣}$ ، $ع = ٤س + ٩$ ، $س = \frac{١}{٤}$
(٥علامات)

٣- $ص = (س^{٣} - ٢س)^{٥} - ٩$ ، $س = -١$
(٥علامات)

**٣) جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي:**

١- $ص = س^{٢} جاس + س^{\frac{١}{٥}}$ (٦علامات)

٢- $ص = ٣ظاس + \sqrt[٨]{س^{٤} + ٧}$ (٦علامات)

**٤) جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها:**

١- $ص = \frac{٣س}{س + ٢} - س^{\frac{٢}{٣}}$ ، $س = ١$
(٥علامات)

٢- $ص = ع^{٣} + ٥$ ، $ع = س^{٢} - ١$ ، $س = ٢$
(٥علامات)

٣- $ص = (٣ + ٢س)^{-٦}$ ، $س = -١$ (٥علامات)

**٥) جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي:**

١- $ص = س جتاس + \sqrt[٥]{س^{٢}}$ (٦علامات)

٢- $ص = \sqrt[٨]{س^{٢} + ٧} + ظاس$ (٦علامات)

## إجابات أسئلة الوحدة

١)

أ ) $\Delta ص = \frac{-٣}{٤}$

ب) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{-٣}{٤}$

٢)

أ = ١٠

٣)

ع = ١٠م/ ث.

٤)

قَ(٢) = ٢٠

٥)

أ ) س = صفرًا.

ب) $\frac{ء ص}{ء س}$ = صفرًا.

٦)

أ ) قَ(س) = −٥

ب) هَـ(س) = ٤س

جـ ) لَ(س) = $\frac{-١}{(س+٢)^{٢}}$

د ) مَ (س) = $\frac{١}{\sqrt{٢س+٤}}$

هـ) قَ(٣) = ٢

و ) قَ(٢) = ١

٧)

أ ) $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{٣س^{٢}+١٠س}{\sqrt{٢س^{٣}+٥س^{٢}}}$

ب) $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{-١}{\sqrt{٢-٢س}}$

جـ) $\frac{ء ص}{ء س}$ = ٢س جا٣س + ٣س$^{٢}$ جتا٣س

د ) $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{-١٦}{(٢س-٣)^{٢}} - ١٠$ جا$^{٤}$ ٢س جتا٢س

هـ) $\frac{ء ص}{ء س}$ = ٣٢

و ) $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{-٣ جاس}{\sqrt{٢+٣ جتاس}}$

٨) محذوف

٩)

قَ(١) = ٢٤٠

١٠)

أ = ٦

١١)

أ = ٢ ، −٢

١٢)

$س_{١} = \frac{٧}{١٢}$

١٣)

أ ) قَ(−٢) = $\frac{١٧}{٤}$ ب) قَ(−٢) = $\frac{٣}{٤}$

١٤)

| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| جـ | د | ب | ب | أ | جـ | ب | د | أ |